

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Новиковой Ольги Викторовны «Исследование нелинейного комплексного дифференциального уравнения в частных производных, обладающего парой Лакса», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Проблема интегрируемости нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных для каждого уравнения требует индивидуального подхода. Нет единого подхода к этой проблеме. Зачастую, решить данную проблему удается довольно эффективным способом: использовать известные структуры, которые заведомо дают возможность проинтегрировать полученные уравнения. Именно такой подход осуществлен в диссертации.

В работе Новиковой О.В. осуществляется исследование комплексного нелинейного дифференциального уравнения в частных производных  $\bar{p}_t - ip_{xx} + 2ip(p^2 + \bar{p}^2) = 0$ , изначально полученного Редькиной Т.В. с помощью операторной структуры нулевой кривизны. Для рассматриваемого уравнения построена операторная коммутационная структура Лакса с самосопряженным оператором рассеяния Дирака второго рода. Уравнения, обладающие парой Лакса, как правило, имеют ряд преимуществ: наличие бесконечного числа законов сохранения и симметрий; свойство Пенлеве; связь с другими уравнениями в частных производных с помощью преобразований Беклунда; возможность применения метода Хироты и нахождения солитонных решений; построение автомодельных решений и др. Наличие же у уравнения обеих операторных структур значительно повышает вероятность отыскания большого числа решений. Поэтому интересно проследить, какими из перечисленных свойств обладают эти уравнения.

Из изложенного выше следует актуальность выбранной темы диссертации.

Диссертация состоит из введения, двух глав, разбитых на параграфы (некоторые разбиты на пункты), заключения и списка литературы, включающего 170 наименований. Общий объем работы составляет 146 страниц текста, включая 2 рисунка и 9 таблиц.

Во введении раскрывается актуальность выбранной темы диссертации. Описываются наиболее известные эффективные методы исследования рассматриваемого уравнения.

Первая глава посвящена совокупности представлений о теории соли-

тонной математики. В ней приведены: хронологический обзор работ, близких к теме диссертационного исследования; сведения об операторных структурах, приводящих к интегрируемым нелинейным уравнениям; методы нахождения точных решений, применяемые в работе к объекту исследования.

Вторая глава диссертации представляет собой анализ исследуемого комплексного нелинейного уравнения с помощью методов солитонной математики. В параграфе 2.1 описан вывод этого уравнения с помощью операторной структуры нулевой кривизны, в параграфе 2.2 строится новая коммутационная структура Лакса. Остальные параграфы посвящены нахождению решений уравнения. Для рассматриваемого уравнения использованы такие методы, как нахождение точных решений в виде бегущих волн, метод Хироты, метод Пенлеве, построение автомодельных решений.

В диссертационной работе получены следующие значимые результаты:

- Найдена операторная структура Лакса с дифференциальным оператором рассеяния Дирака второго рода и дифференциальным оператором второго порядка с матричными коэффициентами, задающим динамику собственных функций.
- Построены точные решения типа бегущих волн, в числе которых имеется солитоноподобное решение в виде кинка.
- Проведено доказательство наличия свойства Пенлеве, найдены решения в виде рядов Лорана трех видов: с полюсом первого порядка; с минимальной аналитической частью и действительной частью с полюсом первого порядка, и симметричное ему решение.
- Выполнен поиск автомодельных решений.

Следует отметить высокую степень сложности проведённых исследований и привести детализацию результатов:

- 1) Исходное нелинейное уравнение с помощью некоторых замен и автомодельных преобразований приведено к обыкновенному дифференциальному уравнению третьего порядка с параметром  $k$ .
- 2) Проведен анализ обыкновенного дифференциального уравнения на наличие решений в виде рядов.
- 3) Доказано, что параметр  $k$  при таком подходе может принимать только целочисленные значения.
- 4) Получены следующие решения:
  - а) с полюсными особенностями:
    - с фиксированным полюсом первого порядка при  $k < -1$ ;
    - с изменяющимся полюсом, зависящим от параметра  $k$ :

порядка  $\frac{k+3}{2}$  при нечетных  $k < -1$  и порядка  $k+2$  при  $k > -1$ .

б) в виде степенных рядов: с наименьшей степенью  $k$  для  $k > -1$  и наименьшей степенью  $-k-2$  для чётных  $k < -1$ .

5) Найдены значения старших коэффициентов; определены индексы, при которых возникают свободные коэффициенты; доказано существование конечных блоков нулевых членов; найдены рекуррентные формулы, для определения остальных коэффициентов.

Проведённые фундаментальные исследования продемонстрировали высокий уровень теоретический подготовки диссертантки, который позволил преодолеть множество значительных математических сложностей. Стиль изложения диссертации ясный и четкий. Приведённые доказательства имеют пояснения сложных моментов. В работе используется также наглядный подход к оформлению результатов в виде таблиц, что дополнительно позволяет улучшить доступность изложенного материала. Обширный список литературы указывает на глубокое изучение проблемы.

Отметим некоторые замечания и рекомендации:

1. В формуле (2.2.8) имеется опечатка: в левой части равенства должна быть записана частная производная оператора  $L_1$  по переменной  $t$ , а записан просто оператор.
2. Имеется незначительное количество опечаток в словах.
3. В первой главе диссертации можно было не приводить определения таких общеизвестных понятий, как «точные решения», «точные методы решений».

Перечисленные замечания не снижают достаточно высокого уровня полученных результатов и научной ценности работы.

Все результаты диссертации являются новыми. Все утверждения диссертации доказаны подробно и полностью. При использовании работ других авторов даны необходимые ссылки. Также в работе продемонстрирована проверка полученных решений. Таким образом, все результаты диссертации являются достоверными и обоснованными.

Все результаты диссертации своевременно и полностью опубликованы в 12 работах, из которых 4 – в журналах, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ. Полученные результаты неоднократно докладывались автором на международных и всероссийских научных конференциях.

Автореферат диссертации полно и правильно отражает её содержание.

Не вызывает сомнений интерес полученных результатов. Они могут использоваться в исследованиях, проводимых специалистами, в области изучения нелинейных задач математической физики, солитонной математики,

теории нелинейных уравнений в частных производных. Кроме того, результаты работы могут стать основой для разработки новых методов исследований трудноразрешимых задач.

Считаю, что представленная диссертация Новиковой О.В. «Исследование нелинейного комплексного дифференциального уравнения в частных производных, обладающего парой Лакса» представляет собой научно-квалифицированную работу, выполненную на высоком научном уровне. Диссертация О.В. Новиковой в полной мере удовлетворяет критериям «Положения о присуждении учёных степеней», в том числе требованиям пункта 9, а её автор, Новикова Ольга Викторовна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Кандидат физико-математических наук, доцент,  
доцент кафедры математического анализа и теории функций  
Кабардино-Балкарского  
государственного университета  
им. Х.М. Бербекова

Х.Г. Бжихатлов

Адрес: 360004, КБР, г. Нальчик, ул. Чернышевского, 173

Телефон: (8-8662) 77-01-08

E-mail: matf@kbsu.ru

"ЗАВЕРЯЮ"  
ученый секретарь

" "



О.В. Анишевская